บทที่ 5 การประมาณค่าของข้อมูลด้านคุณภาพ

การประมาณค่า (Estimation) เป็นการตีความสถิติรูปแบบหนึ่งที่ใช้สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากร จากค่าสถิติที่คำนวณได้กลุ่มตัวอย่าง ในงานด้านการควบคุมคุณภาพนั้น การประมาณค่ามักเกี่ยวข้องกับการประมาณค่าคุณภาพของสินค้าหรือบริการที่ผลิตขึ้น โดยใช้ข้อมูลจากการสุ่มตัวอย่างที่สุ่มเลือกมานั่นเอง วิธีการประมาณค่าสามารถแบ่งเป็น 2 ประเภทได้ดังนี้

1) **การประมาณค่าแบบจุด (Point Estimation)** เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรโดยใช้ค่าตัวเลขเพียงจำนวนเดียวที่คำนวณได้จากข้อมูลกลุ่มตัวอย่าง
2) **การประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation)** เป็นการประมาณค่าที่ใช้ตัวเลข 2 ค่าในลักษณะเป็นช่วงซึ่งคาดว่าจะมีค่าครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงที่ต้องการหา ซึ่งประมาณได้ดังนี้

Interval Estimation = Point Estimator $\pm$ 1.96SE (สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 95%)

เมื่อ SE คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน

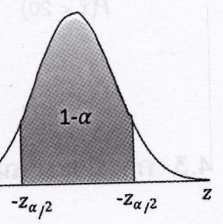
ซึ่งจากสูตรดังกล่าว จะทำให้ได้ช่วงความเชื่อมั่นที่ 100 (1-α)% ดังนี้

100 (1-α)% Confidence Interval = Point Estimator $\pm Z_{\alpha/2}$SE

สำหรับ Z ที่ระดับα ใด ๆ ซึ่งเป็นที่นิยมใช้ในการประมาณค่า แสดงไว้ในตารางดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4.1 ค่า z สำหรับค่า $\alpha/2$ ต่าง ๆ ที่นิยมใช้ในการประมาณค่า

พื้นที่ด้านปลาย	$z_{\alpha/2}$
0.05	1.645
0.025	1.96
0.01	2.33
0.005	2.58



สำหรับในหนังสือเล่มนี้จะกล่าวถึงวิธีการประมาณค่าของข้อมูลที่ใช้มากในงานการควบคุมคุณภาพ โดยมีข้อสมมติพื้นฐานว่า ข้อมูลลักษณะทางคุณภาพของสินค้าหรือบริการที่กำลังทำการประมาณค่านั้น มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติ (Normal) หรือเป็นกรณีที่จำนวนตัวอย่างที่นำมาใช้ในการคำนวณหาค่าสถิติ มีมากกว่า 30 ตัวอย่าง ซึ่งอธิบายได้ดังนี้

1) การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ย (μ)

สำหรับข้อมูลด้านคุณภาพที่มีลักษณะเป็นข้อมูลเชิงปริมาณ การประมาณค่าเฉลี่ยของข้อมูลนั้นในภาพรวมของประชากรทั้งหมด มักจะใช้ค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างที่ถูกสุ่มเลือกขึ้นมาจำนวนหนึ่งคือ ค่า $\bar{x}$ เป็นตัวประมาณค่า (estimator) ซึ่งจะสามารถประมาณค่า μ จากค่า $\bar{x}$ ได้ดังนี้

การประมาณค่าแบบจุด $\mu = \bar{x}$ (4.15)

การประมาณค่าแบบช่วง ที่ระดับความเชื่อมั่นที่ $(1 - \alpha)$*100%

$$\mu \ : \ \bar{x} \pm z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} \qquad (4.16)$$

เมื่อ n คือจำนวนข้อมูลกลุ่มตัวอย่าง และค่า $\bar{x}$ และ s คือค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่คำนวณได้จากข้อมูลกลุ่มตัวอย่างตามลำดับนั่นเอง

2) การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของค่าสัดส่วน (p)

สำหรับข้อมูลด้านคุณภาพของประชากรที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไบโนเมียล การประมาณค่าสัดส่วนใด ๆ ที่เกี่ยวข้องกับคุณภาพในภาพรวมของประชากรทั้งหมด เช่น สัดส่วนของเสียที่แท้จริงในล็อตจะใช้ค่าสัดส่วนของเสียที่คำนวณได้จากตัวอย่างที่ถูกสุ่มเลือกขึ้นมาจำนวนหนึ่ง คือ ค่า $\hat{p}$ เป็นตัวประมาณค่า และสามารถประมาณหาค่า p จากค่า $\hat{p}$ ได้ดังนี้

การประมาณค่าแบบจุด $p = \hat{p}$ (4.17)

การประมาณค่าแบบช่วงที่ระดับความเชื่อมั่น $(1 - \alpha)*100\%$

$$p \; : \; p \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \qquad (4.18)$$

เมื่อ n คือจำนวนข้อมูลในกลุ่มตัวอย่าง ค่า $\hat{p}$ คือ ค่าสัดส่วนของเสียที่คำนวณได้จากข้อมูลกลุ่มตัวอย่าง ในขณะที่ $\hat{q}$ คือค่าสัดส่วนของดีที่คำนวณได้จากข้อมูลกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งมีค่าเท่ากับ $1 - \hat{p}$ นั่นเอง

3) การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างของค่าเฉลี่ย ($\mu_1 - \mu_2$)

กรณีต้องการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยด้านคุณภาพของประชากร 2 กลุ่ม เช่น ปริมาตรน้ำอัดลมบรรจุขวด 2 แบรนด์ เส้นผ่านศูนย์กลางของแผ่น CD ที่ผลิตจากโรงงาน 2 แห่ง หรือการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักศึกษาที่สอนด้วยวิธีการสอนที่แตกต่างกัน ในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยด้านคุณภาพของประชากร 2 กลุ่มนี้ จะใช้วิธีการประมาณค่าผลต่างของค่าเฉลี่ย ภายใต้ข้อสมมติพื้นฐานของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (z) ซึ่งสามารถประมาณค่าได้ดังนี้

การประมาณค่าแบบจุด $\mu_1 - \mu_2 = x_1 - x_2$ (4.19)

การประมาณค่าแบบช่วงที่ระดับความเชื่อมั่นที่ $(1-\alpha)$*100%

$$\mu_1 - \mu_2 \quad (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}} \qquad (4.20)$$

เมื่อ n_1 และ n_2 คือจำนวนข้อมูลในกลุ่มตัวอย่างที่เก็บมาจากประชากรกลุ่มที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

$\bar{x}_1$ และ $\bar{x}_2$ คือค่าเฉลี่ยของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และ 2 ตามลำดับ และ

s_1 และ s_2 คือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

4) การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างของค่าสัดส่วน $(p_1 - p_2)$

กรณีที่ต้องการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับคุณภาพของประชากร 2 กลุ่ม เช่น สัดส่วนของเสียที่เกิดขึ้นจากการผลิตโดยใช้เครื่องจักรหรือเทคโนโลยีการผลิตที่แตกต่างกัน 2 ระบบ อัตราความสำเร็จของการเพาะเมล็ดพันธุ์ 2 ชนิด ที่ผ่านกระบวนการฆ่าเชื้อที่แตกต่างกัน ในการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนด้านคุณภาพของประชากร 2 กลุ่มนี้จะใช้วิธีการประมาณค่าผลต่างของค่าสัดส่วน ภายใต้ข้อสมมติพื้นฐานของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (z) ซึ่งสามารถประมาณค่าได้ดังนี้

การประมาณค่าแบบจุด $p_1 - p_2 = \hat{p}_1 - \hat{p}_2$ (4.21)

การประมาณค่าแบบช่วงที่ระดับความเชื่อมั่นที่ $(1-\alpha)$*100%

$$p_1 - p_2 : (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1}+\frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} \qquad (4.22)$$

เมื่อ n_1 และ n_2 คือจำนวนข้อมูลในกลุ่มตัวอย่างที่เก็บมาจากประชากรกลุ่มที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

$\hat{p}_1$ และ $\hat{p}_2$ คือค่าสัดส่วนของเสียที่คำนวณได้จากข้อมูลกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

$\hat{q}_1$ และ $\hat{q}_2$ คือค่าสัดส่วนของดีที่คำนวณได้จากข้อมูลกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และ 2 ซึ่งมีค่าเท่ากับ $1-\hat{p}_1$ และ $1-\hat{p}_2$ ตามลำดับ

สำหรับวิธีการประมาณค่าต่าง ๆ ที่กล่าวมา แสดงได้ตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 4.18 น้ำหนักของขนมชนิดหนึ่งที่ผลิตโดยบริษัทผู้ผลิตขนมรายหนึ่งมีการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงปกติด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.5 กรัม ถ้าเลือกตัวอย่างแบบสุ่มจากขนมที่ผลิตโดยโรงงานแห่งนี้มาจำนวน 30 ชิ้น ได้ข้อมูลดังนี้

29.88	30.04	29.71	29.87	30.05	30.03	30.02	30.01	29.70	30.05	30.01	29.50	29.95
29.36	30.34	30.02	30.00	29.41	29.80	30.07	29.83	29.76	29.90	30.04	29.78	30.03
29.60	30.02	30.00	29.71									

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของค่าเฉลี่ยประชากรของน้ำหนักขนมที่ผลิตจากโรงงานแห่งนี้

วิธีทำ กำหนดให้ x แทนน้ำหนักของขนมที่มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่า $\sigma = 1.5$

ต้องการหาช่วงความเชื่อมั่นที่ 95% ของค่า μ เพราะฉะนั้น $(1 - \alpha)100 = 95$ ซึ่งจะได้ว่า = 0.05 ดังนั้น ค่า $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ และเปิดตารางได้ $z_{0.025} = 1.96$

เพราะว่าเลือกตัวอย่างแบบสุ่มจากขนมที่ผลิตโดยโรงงานมาจำนวน 30 ชิ้น ($n = 30$) โดยมีข้อมูลดังในตาราง เมื่อนำมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยของน้ำหนักของขนม จะได้ดังนี้

$$\bar{x} = \frac{29.88 + 30.04 + \ldots + 29.71}{30} = 29.88$$

ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น 95% ของค่า μ คือ

$$\bar{x} - z_{0.025}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{0.025}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$29.88 - 1.96\frac{1.5}{\sqrt{30}} < \mu < 29.88 + 1.96\frac{1.5}{\sqrt{30}}$$

$$29.34 < \mu < 30.42$$

จากผลการคำนวณสามารถสรุปได้ว่า น้ำหนักของขนมซึ่งผลิตโดยบริษัทผู้ผลิตขนมรายนี้ จะมีค่าเฉลี่ยที่แท้จริงอยู่ระหว่าง 29.34–30.42 กรัม ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

ตัวอย่างที่ 4.19 จากตัวอย่างสุ่มของแก้วน้ำเซรามิกที่ผลิตขึ้นจากโรงงานแห่งหนึ่ง จำนวน 500 ใบ พบว่ามีแก้วเซรามิกที่ไม่สามารถพิจารณาให้เป็นสินค้าเกรด A ได้ จำนวน 160 ใบ จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับสัดส่วนที่แท้จริงของแก้วน้ำเซรามิกที่ไม่ใช่สินค้าเกรด A ของโรงงานแห่งนี้

วิธีทำ กำหนดให้ p = สัดส่วนที่แท้จริงของแก้วน้ำเซรามิกที่ไม่ใช่สินค้าเกรด A

เนื่องจากขนาดของตัวอย่าง n = 500 ดังนั้น ค่าประมาณของสัดส่วนสินค้าที่ไม่ใช่สินค้าเกรด A คือ

$$\hat{p} = \frac{160}{500} = 0.32$$

เพราะว่า $(1-\alpha)100 = 95\%$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ และ $z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$

ช่วงความเชื่อมั่น 95% ของค่าสัดส่วน p คือ

$$\hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} < p < \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$$0.32 - (1.96)\sqrt{\frac{(0.32)(0.68)}{500}} < p < 0.32 + (1.96)\sqrt{\frac{(0.32)(0.68)}{500}}$$

$$0.32 - (1.96)(0.0209) < p < 0.32 + (1.96)(0.0209)$$

$$0.28 < p < 0.36$$

จากผลการคำนวณสรุปได้ว่า สัดส่วนของแก้วน้ำเซรามิกที่ผลิตโดยโรงงานแห่งนี้มีสัดส่วนที่แท้จริงของผลิตภัณฑ์ที่ไม่ใช่สินค้าเกรด A อยู่ระหว่าง 28–36% ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% นั่นเอง

ตัวอย่างที่ 4.20 สุ่มตัวอย่างชิ้นงานที่ผลิตขึ้นจากเครื่องจักรที่ 1 จำนวน n_1 = 25 มาตรวจสอบขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง (หน่วยเป็นมิลลิเมตร) โดยสุ่มจากประชากรปกติซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ_1 = 5 ได้ข้อมูลดังนี้

78.09	83.48	82.74	73.06	71.57	79.14	78.66	84.32	80.03	74.49
85.09	81.04	74.65	82.60	86.19	86.99	84.16	81.40	73.45	79.07
79.51	75.44	69.56	88.96	86.48					

จากข้อมูลที่ให้มา คำนวณหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางโดยเฉลี่ยของตัวอย่างชุดที่หนึ่งคือ $\bar{x}_1$ นี้ ได้ค่าเท่ากับ 80 มิลลิเมตร

จากนั้นทำการสุ่มตัวอย่างชิ้นงานชนิดเดียวกัน ที่ผลิตโดยเครื่องจักรที่ 2 จำนวน n_2 = 36 สุ่มจากประชากรปกติชุดที่สองซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ_2 = 3 ได้ข้อมูลดังนี้

77.39	75.23	72.44	73.80	70.42	73.78	76.56	79.65	74.72	72.71
72.60	76.82	73.00	74.24	69.63	80.31	74.82	77.00	72.73	75.82
77.25	73.34	77.52	75.24	74.88	71.19	75.53	68.93	78.52	81.54
78.98	79.52	71.79	74.76	73.49	74.71				

ที่มา : ความน่าจะเป็นและสถิติ (2551).

เมื่อคำนวณหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของข้อมูลตัวอย่างชุดที่สอง คือ $\bar{x}_2$ ได้ $\bar{x}_2$ = 75 จงหาช่วงความเชื่อมั่น 94% สำหรับผลต่างของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย ($\mu_1 - \mu_2$) ของชิ้นงาน

วิธีทำ โจทย์กำหนดให้ $n_1 = 25$ $\bar{x}_1 = 80$ และ $\sigma_1 = 5$

$n_2 = 36$ $\bar{x}_2 = 75$ และ $\sigma_2 = 3$

ประมาณค่า $\mu_1 - \mu_2$ ด้วยระดับความเชื่อมั่น $(1 - \alpha)100 = 94$ จะได้ $z_{\alpha/2} = z_{0.03} = 1.78$ จะได้

$$\mu_1 - \mu_2 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm 1.78\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} = (80 - 75) \pm 1.78\sqrt{\frac{5^2}{25} + \frac{3^2}{36}} = 5 \pm 1.99$$

$$3.00 < \mu_1 - \mu_2 < 6.99$$

จากช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับความเชื่อมั่นที่ 94% พบว่า ผลต่างของค่าเฉลี่ยของเส้นผ่านศูนย์กลางชิ้นงานที่ผลิตโดยเครื่องจักรทั้ง 2 เครื่องนี้ มีค่าอยู่ระหว่าง 3.00-6.99 มิลลิเมตร นั่นคือ เครื่องจักรที่ 1 ผลิตชิ้นงานได้ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ใหญ่กว่าเครื่องจักรที่ 2 อยู่ระหว่าง 3.00-6.99 มิลลิเมตรนั่นเอง

ตัวอย่างที่ 4.21 ในการผลิตแก้วน้ำเซรามิกชนิดหนึ่ง ได้มีการพิจารณาเพื่อปรับปรุงเทคโนโลยีการเผาและอบ โดยเลือกตัวอย่างจากชิ้นงานที่เผาโดยใช้เตาเผาปัจจุบันและชิ้นงานที่ได้จากการเผาในเตาเผาแบบใหม่เพื่อเปรียบเทียบดูว่าเทคโนโลยีเตาเผาแบบใหม่จะให้ผลดีกว่าหรือไม่ ตัวอย่างที่ได้มาจากเตาเผาปัจจุบัน 1,000 ชิ้น มีข้อบกพร่อง 70 ชิ้น และตัวอย่างที่ได้จากเตาเผาแบบใหม่ จำนวน 1,200 ชิ้น มีบกพร่องอยู่ 75 ชิ้น จงหาช่วงความเชื่อมั่น 90% สำหรับผลต่างที่แท้จริงในสัดส่วนของของเสียระหว่างเตาเผาปัจจุบันและเตาเผาแบบใหม่

วิธีทำ กำหนดให้ p_1 แทนสัดส่วนที่แท้จริงของแก้วน้ำที่มีความบกพร่อง จากการผลิตโดยใช้เตาเผาปัจจุบัน

p_2 แทนสัดส่วนที่แท้จริงของแก้วน้ำที่มีความบกพร่อง จากการผลิตโดยใช้เตาเผาแบบใหม่

จากข้อมูลต่าง ๆ ที่ให้มา สามารถคำนวณค่าต่าง ๆ ได้ดังนี้

$$\hat{p}_1 = \frac{70}{1000} = 0.07, \quad \hat{p}_2 = \frac{75}{1000} = 0.0625$$

เพราะว่า $(1 - \alpha)100 = 90\%$

เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ และ $z_{\alpha/2} = z_{0.05} = 1.645$

ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น 90% สำหรับ $p_1 - p_2$ คือ

$$\left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2\right) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} < p_1 - p_2 < \left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2\right) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}$$

$$(0.07 - 0.0625) - (1.645)\sqrt{\frac{(0.07)(0.93)}{1000} + \frac{(0.0625)(0.9375)}{1200}} < p_1 - p_2 <$$

$$(0.07 - 0.0625) + (1.645)\sqrt{\frac{(0.07)(0.93)}{1000} + \frac{(0.0625)(0.9375)}{1200}}$$

$$0.075 - (1.645)(0.0107) < p_1 - p_2 < 0.0075 + (1.645)(0.0107)$$

$$-0.0101 < p_1 - p_2 < 0.0251$$

จากช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับความเชื่อมั่น 90% พบว่า ผลต่างของค่าสัดส่วนแก้วเซรามิกที่มีความบกพร่องซึ่งผลิตโดยใช้เตาอบทั้ง 2 ชนิด มีค่าอยู่ระหว่าง –0.0101 ถึง 0.0251 ซึ่งครอบคลุมค่า 0 ด้วย ดังนั้นจึงไม่อาจสรุปว่า การใช้เตาเผาแบบใหม่จะสามารถช่วยลดสัดส่วนชิ้นงานที่มีความพร่องลงได้นั่นเอง

4.4 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับข้อมูลด้านคุณภาพ

การทดสอบสมมติฐาน หมายถึง เทคนิควิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลที่รวบรวมได้จากกลุ่มตัวอย่าง และใช้ผลการคำนวณและวิเคราะห์ดังกล่าวในการยืนยันความถูกต้องของข้อสมมติหรือความเชื่อเดิม ซึ่งเกี่ยวข้องกับข้อมูลหรือประชากรทั้งหมด สำหรับงานด้านการควบคุมคุณภาพ หลักวิธีการทดสอบสมมติฐานได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้เพื่อยืนยันสมมติฐานที่เกี่ยวกับลักษณะทางคุณภาพของสินค้าและบริการ เช่น ความแข็งแรงต่อแรงกระแทกของขวดแก้วที่ผลิตขึ้น ไม่ต่ำกว่าข้อกำหนดขั้นต่ำที่ลูกค้ากำหนด

ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐาน

เมื่อมีปัญหาที่สามารถหาข้อสรุปได้ด้วยวิธีการทดสอบสมมติฐาน ผู้วิเคราะห์หรือผู้ทดสอบสามารถดำเนินการตามขั้นตอนต่าง ๆ ได้ดังนี้

1. การตั้งสมมติฐาน

ซึ่งได้แก่ การตั้งสมมติฐานหลัก และสมมติฐานรองให้ชัดเจน เช่น กำหนดให้ x แทนระยะเวลาการออกฤทธิ์ของยาที่ผลิตขึ้นแต่ละเม็ด หากเกิดข้อสงสัยและต้องการทดสอบว่ายาเหล่านี้มีระยะเวลาเฉลี่ยในการออกฤทธิ์ (μ) มีค่าไม่เกิน 8 ชั่วโมง สามารถตั้งสมมติฐานหลักและรองได้ดังนี้

สมมติฐานหลัก

$H_0 : \mu = 8$

สมมติฐานรอง

$H_1 : \mu \neq 8$ (กรณีที่ต้องการทดสอบและได้ข้อสรุปเพียงว่า $\mu \neq 8$ ชั่วโมง) หรือ

$H_1 : \mu > 8$ (กรณีที่ต้องการทดสอบและได้ข้อสรุปชี้ชัดว่า $\mu > 8$ ชั่วโมง) หรือ

$H_1 : \mu < 8$ (กรณีที่ต้องการทดสอบและได้ข้อสรุปชี้ชัดว่า $\mu < 8$ ชั่วโมง)

2. การคำนวณหาค่าสถิติสำหรับการทดสอบ (test statistic) และค่า *p*–value

เมื่อตั้งสมมติฐานหลักและสมมติฐานรองเรียบร้อยแล้ว ผู้ทดสอบจะต้องทำการสุ่มตัวอย่าง หรือทดลองเพื่อเก็บข้อมูลด้านคุณภาพที่เกี่ยวข้องกับสินค้าหรือบริการ แล้วนำข้อมูลของตัวอย่างที่ได้มาคำนวณหาค่าต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับใช้ในการสรุปข้อสมมุติฐาน ซึ่งค่าที่สามารถนำมาสรุปสมมติฐานได้ เรียกว่า ค่าสถิติ ซึ่งสามารถอธิบายรายละเอียดเกี่ยวกับค่าสถิติได้ดังนี้

ค่าสถิติ คือ ค่าตัวเลขที่คำนวณได้จากข้อมูลกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งมีความสอดคล้องกับข้อมูลของประชากร และถูกนำมาใช้เพื่อทดสอบสมมติฐานที่เกี่ยวข้องกับประชากรนั้นในลักษณะของการปฏิเสธหรือไม่ปฏิเสธ (ยอมรับ) สมมติฐานหลักสำหรับค่าสถิติที่นำมาใช้มากในการทดสอบสมมติฐานแสดงได้ดังตาราง

ตารางที่ 4.2 ค่าสถิติที่ใช้สำหรับทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ต่าง ๆ

พารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบ	ค่าสถิติที่ใช้
μ	$\bar{x}$
p	$\hat{p}$
$\mu_1 - \mu_2$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$
$p_1 - p_2$	$\hat{p}_1 - \hat{p}_2$

เมื่อเลือกและคำนวณค่าสถิติที่เกี่ยวข้องกับข้อสงสัยและสมมติฐานที่ตั้งไว้เรียบร้อยแล้ว ให้นำค่าสถิติดังกล่าวมาคำนวณหาค่าสถิติมาตรฐานที่เหมาะสมสำหรับนำมาเปรียบเทียบเพื่อสรุปสมมติฐาน ซึ่งส่วนใหญ่คือค่า z โดยการทำ standardization

ค่า *p*–value คือ ค่าความน่าจะเป็นที่คำนวณได้จากค่าสถิติ ถูกนำมาใช้ในการวัดระดับความถูกต้องของสมมติฐานหลัก ซึ่งเมื่อคำนวณค่าสถิติที่เกี่ยวข้องได้แล้ว นำค่าสถิติที่คำนวณได้ดังกล่าวมาหาพื้นที่ใต้โค้งความน่าจะเป็นเพื่อหาความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก และยอมรับสมมติฐานรอง โดยแยกเป็นกรณีต่าง ๆ ตามลักษณะของสมมติฐานรอง ดังนี้

1) กรณีที่ $H_1 : \mu \neq 8$ พื้นที่สำหรับการปฏิเสธสมมติฐานหลักคือด้านปลายทั้ง 2 ด้านใต้โค้งการแจกแจงปกติ ตามค่าสถิติ เช่น คำนวณค่าสถิติ ได้ z = 1.96 หาค่า p-value ได้ดังนี้

$$p\text{-value} = P(z \geq 1.96) + P(z \leq -1.96) = 2(0.025) = 0.05$$

2) กรณีที่ $H_1 : \mu > 8$ พื้นที่สำหรับการปฏิเสธสมมติฐานหลักคือด้านปลายในฝั่งขวาใต้โค้งการแจกแจงปกติตามค่าสถิติ เช่น คำนวณค่าสถิติ ได้ z = 1.96 หาค่า p-value ได้ดังนี้

$$p\text{-value} = P(z \geq 1.96) = 0.025$$

3) กรณีที่ H_1 : μ < 8 พื้นที่สำหรับการปฏิเสธสมมติฐานหลักคือด้านปลายในฝั่งซ้ายใต้โค้งการแจกแจงปกติตามค่าสถิติ เช่น คำนวณค่าสถิติ ได้ z = 1.96 หาค่า p-value ได้ดังนี้

p-value = $P(z \leq -1.96) = 0.025$

3. กำหนดเกณฑ์ในการปฏิเสธสมมติฐานหลัก (rejection region)

คือเกณฑ์ที่ใช้ระบุค่าสถิติ หรือค่า p-values ที่เหมาะสมสำหรับปฏิเสธ หรือยอมรับสมมติฐานหลักที่ตั้งไว้

การกำหนดเกณฑ์สำหรับการทดสอบสมมติฐานนี้ ทางสถิติจะใช้ค่าระดับนัยสำคัญของการทดสอบสมมติฐาน (significance level) หรือค่า α เป็นหลัก ค่าระดับนัยสำคัญ (α) เป็นค่าที่บ่งบอกถึงระดับความน่าจะเป็นที่ยอมรับได้สำหรับการกระทำความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของการทดสอบสมมติฐาน กล่าวคือ ความน่าจะเป็นที่จะทำการสรุปโดยปฏิเสธสมมติฐานหลัก ทั้ง ๆ ที่สมมติฐานหลักเป็นจริง ซึ่งระดับนัยสำคัญ (significance level) ที่นิยมใช้กันมาก ได้แก่ $\alpha = 0.01$ หรือ $\alpha = 0.05$ นั่นเอง

4. การสรุปผลการทดสอบ

เป็นการสรุปว่าจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก "Reject H_0" หรือไม่ปฏิเสธสมมติฐานหลัก "Do not reject H_0" พร้อมกับข้อความที่แสดงถึงความน่าเชื่อถือของข้อสรุปดังกล่าว

ในการสรุปผล จะใช้วิธีการเปรียบเทียบค่าสถิติที่คำนวณได้จากกลุ่มตัวอย่าง หรือค่า p-value ที่หาได้จากขั้นตอนที่ 2 กับเกณฑ์การทดสอบที่กำหนดโดยระดับนัยสำคัญ ดังนี้

ตารางที่ 4.3 เกณฑ์การตัดสินใจปฏิเสธสมมติฐานหลัก สำหรับการทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ α

α	สมมติฐานรอง H_1	เกณฑ์การปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0	
		การใช้ค่าสถิติ z	การใช้ค่า p-value
0.05	$\mu \neq a$	$z < -z_{\alpha/2}$ หรือ $z > z_{\alpha/2}$	p-value < α (0.05)
	$\mu > a$	$z > z_{\alpha}$	
	$\mu < a$	$z < -z_{\alpha}$	

ตัวอย่างที่ 4.22 น้ำหนักของขนมที่ผลิตโดยบริษัทผู้ผลิตขนมรายหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.5 กรัม ผู้ผลิตอ้างว่า (ระบุที่กล่อง) ขนมนี้มีน้ำหนักเฉลี่ยเท่ากับ 30 กรัม ถ้าเลือกตัวอย่างแบบสุ่มจากขนมที่ผลิตโดยโรงงานแห่งนี้มาจำนวน 30 ชิ้น ได้ข้อมูลดังนี้

29.88	30.04	29.71	29.87	30.05	30.03	30.02	30.01	29.70	30.05	30.01	29.50	29.95
29.36	30.34	30.02	30.00	29.41	29.80	30.07	29.83	29.76	29.90	30.04	29.78	30.03
29.60	30.02	30.00	29.71									

จงทดสอบสมมติฐานว่า ค่าเฉลี่ยของน้ำหนักของขนมนี้มีค่าเท่ากับ 30 กรัม ตามที่บริษัทผู้ผลิตกล่าวอ้างไว้หรือไม่ โดยใช้ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ $\alpha = 0.05$

วิธีทำ เนื่องจากต้องการทดสอบสมมติฐานที่ว่า ค่าเฉลี่ยของน้ำหนักของขนมมีค่าเท่ากับ 30 กรัมจริงหรือไม่ ดังนั้นจึงเป็นการทดสอบสมมติฐานแบบสองทาง ซึ่งกำหนดสมมติฐานได้ดังนี้

$$H_0 : \mu = 30$$
$$H_1 : \mu \neq 30$$

กำหนดนัยสำคัญของการทดสอบสมมติฐานที่ $\alpha = 0.05$

จากข้อมูลตัวอย่างจำนวน 30 ชิ้น สามารถนำมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยจากตัวอย่าง ($\bar{x}$) ได้ดังนี้

$$\bar{x} = \frac{29.88 + 30.04 + ... + 29.71}{30} = 29.88$$

เพราะว่าน้ำหนักของขนมมีการแจกแจงแบบปกติ ด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.5 กรัม ดังนั้น สามารถแปลงค่าสถิติ คือ $\bar{x}$ ให้เป็นค่า z โดยใช้สูตรดังนี้

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

ซึ่งจะได้ $z_{\text{คำนวณ}} = \dfrac{29.88 - 30.00}{\frac{1.5}{\sqrt{30}}} = -0.44$

กำหนดเกณฑ์ในการตัดสินใจโดยใช้ค่า $\alpha = 0.05$

จะได้ค่าวิกฤตคือ $-z_{0.025} = -1.96$ และ $z_{0.025} = 1.96$ และบริเวณวิกฤต คือ $z < -1.96$ หรือ $z > 1.96$

จากนั้นทำการสรุปผลการทดสอบสมมติฐาน

เนื่องจากค่า z คำนวณ = -0.44 ไม่ตกอยู่ในบริเวณวิกฤต เพราะฉะนั้นจึงตัดสินใจไม่ปฏิเสธ H_0

ดังนั้น จากผลการทดสอบสมมติฐานที่ทำมาทั้งหมดสามารถสรุปได้ว่า จากหลักฐานที่มีอยู่ ได้แก่ ข้อมูลน้ำหนักของขนมที่สุ่มเลือกมาเป็นตัวอย่างจำนวน 30 ชิ้น ยังไม่มีเหตุผลเพียงพอที่จะปฏิเสธข้อกล่าวอ้างของบริษัทผู้ผลิตที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ซึ่งอ้างว่าขนมนี้มีน้ำหนักเฉลี่ยเท่ากับ 30 กรัมต่อชิ้นนั่นเอง

ตัวอย่างที่ 4.23 สบู่เหลวบรรจุขวดโดยใช้เครื่องจักร 2 เครื่อง คือ M_1 และ M_2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของปริมาตรของสบู่ในขวดที่บรรจุด้วยเครื่องจักรทั้ง 2 เครื่อง คือ 2.5 และ 2.0 มิลลิลิตรตามลำดับ สุ่มตัวอย่างสบู่ที่บรรจุด้วยเครื่องจักร M_1 และ M_2 มาอย่างละ 80 ขวด เพื่อหาปริมาตรของสบู่เหลวในขวดโดยเฉลี่ยพบว่าได้ $\bar{x}_1 = 22.00$ และ $\bar{x}_2 = 21.50$ มิลลิลิตร โดยใช้ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01 จงทดสอบสมมติฐาน $H_1 : \mu_1 = \mu_2$ แย้งกับ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

วิธีทำ จากข้อมูลที่โจทย์ให้มา สามารถกำหนดสมมติฐานสำหรับการทดสอบได้ดังนี้

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

โจทย์กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบสมมติฐานไว้ที่ $\alpha = 0.01$

จากข้อมูลผลการสุ่มตัวอย่างสบู่เหลวที่ถูกบรรจุขวดด้วยเครื่องจักร M_1 และ M_2 มาอย่างละ 80 ขวด ($n_1 = 80$, $n_2 = 80$) พบว่าสามารถหาปริมาตรเฉลี่ยได้ $\bar{x}_1$ และ $\bar{x}_2$ เท่ากับ 22.00 และ 21.50 มิลลิลิตรตามลำดับ นอกจากนั้นยังทราบว่าเครื่องจักร M_1 และ M_2 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของปริมาตรการบรรจุขวดเท่ากับ 2.5 และ 2.0 มิลลิลิตร กล่าวคือ $\sigma_1 = 2.5$, $\sigma_2 = 2.0$

เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างที่ใช้มีขนาดใหญ่ (n_1 และ $n_2 > 30$) จึงสามารถประมาณได้ว่าข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ ดังนั้นจะสามารถแปลงค่าสถิติคือ ค่า $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ ให้เป็นค่า z ได้ดังนี้

$$z_{\text{คำนวณ}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{(22.0 - 21.5) - 0}{\sqrt{\frac{6.25}{80} + \frac{4.00}{80}}} = 0.1421$$

จากนั้นกำหนดเกณฑ์ในการตัดสินใจโดยใช้ค่า $\alpha = 0.01$ จะได้ค่าวิกฤตคือ $-z_{0.005} = -2.576$ และ $z_{0.005} = 2.576$ และบริเวณวิกฤตคือ $Z < -2.576$ หรือ $Z > -2.576$

ในขั้นตอนสุดท้ายคือ การสรุปสมมติฐาน

เนื่องจากค่า $z_{คำนวณ}$ = 0.1421 ไม่ตกอยู่ในบริเวณวิกฤต เพราะฉะนั้นจึงตัดสินใจไม่ปฏิเสธ H_0

จากผลการทดสอบสมมติฐานทั้งหมดที่ทำมาสามารถสรุปได้ว่า จากหลักฐานที่มีอยู่ ได้แก่ ข้อมูลปริมาตรของสบู่เหลวที่บรรจุขวดโดยใช้เครื่องจักร M_1 และ M_2 จำนวนอย่างละ 80 ขวด ยังไม่มีเหตุผลเพียงพอที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลักที่ว่า ปริมาตรโดยเฉลี่ยของสบู่เหลวที่บรรจุขวดโดยใช้เครื่องจักรทั้ง 2 เครื่องมีค่าเท่ากัน ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01 นั่นเอง