

บทที่ 4

การแจกแจงแบบทวินาม หรือ แบบไบนอมิเยล

1. ข้อมูลด้านคุณภาพที่มีการแจกแจงแบบทวินาม หรือ แบบไบนอมิเยล

จากตัวอย่าง 4.10 หากต้องการตรวจสอบความน่าจะเป็นของดี3 ชิ้น (ใช้ทศนิยม 4 ตำแหน่ง)

- สูตร $C_k^n p^k q^{n-k}$ เมื่อ $n = 5$, $k=3$ (เมื่อ k คือ X), $P= 0.8$

- $P(x = 3)$ สูตร $C_k^n p^k q^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} * p^k q^{n-k}$

- $\frac{5!}{3!(5-3)!} * (0.8)^3 (0.2)^{5-3}$

- $\frac{5!}{3!(2)!} * (0.8 * 0.8 * 0.8) * (0.2 * 0.2)$

- $\frac{5*4*3!}{3!(2*1)} * 0.512 * 0.04$

- $5*2 * 0.02048$

- $10*0.02048 = 0.2048$

1. ข้อมูลด้านคุณภาพที่มีการแจกแจงแบบทวินาม หรือ แบบไบนอมิเยล

จากตัวอย่าง 4.10 หากต้องการตรวจสอบความน่าจะเป็นของดี มากกว่า 3 ชิ้น

- สูตร $C_k^n p^k q^{n-k}$ เมื่อ $n = 5, k > 3, P = 0.8$
- $P(x > 3) = P(x=4) + P(x=5)$ จะได้ $k = 4$ และ $k = 5$
- สูตร $C_k^n p^k q^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k} + \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$
- $= p^k q^{n-k} + \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$
- $\frac{5!}{4!(5-4)!} (0.8)^4 (0.2)^{5-4} + \frac{5!}{5!(5-5)!} (0.8)^5 (0.2)^{5-5}$

1. ข้อมูลด้านคุณภาพที่มีการแจกแจงแบบทวินาม หรือ แบบไบนอมิเยล

จากตัวอย่าง 4.10 หากต้องการตรวจสอบความน่าจะเป็นของดีมากกว่า 3 ชิ้น

- สูตร $C_k^n p^k q^{n-k}$ เมื่อ $n = 5$, $k > 3$, $P = 0.8$

- $P(x > 3) = P(x=4) + P(x=5)$ จะได้ $k = 4$ และ $k = 5$

- สูตร $C_k^n p^k q^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k} + \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$

- $= p^k q^{n-k} + \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$

- $\frac{5!}{4!(5-4)!} (0.8)^4 (0.2)^{5-4} + \frac{5!}{5!(5-5)!} (0.8)^5 (0.2)^{5-5}$

$$= \frac{5!}{4!(5-4)!} (0.8)^4 (0.2)^{5-4} + \frac{5!}{5!(5-5)!} (0.8)^5 (0.2)^{5-5}$$

$$= \frac{5!}{4!1!} (0.8)^4 (0.2)^1 + \frac{5!}{5!0!} (0.8)^5 (0.2)^{5-5}$$

เมื่อ $0! = 1$ อ่านว่า ศูนย์แฟกทอเรียลเท่ากับหนึ่ง

$$= \frac{5 \times 4!}{4!} (0.4096) (0.2) + 1 (0.8)^5$$

$$= 5 * (0.4096) * (0.2) + 0.32768 \quad (* \text{ คือ การคูณ})$$

$$= 0.4096 + 0.32768 = \underline{\underline{0.7373}} \text{ ตอบ}$$

ตัวอย่าง ที่ 1 กำหนดให้ $n = 5$ $k \geq 3$ ให้หาค่า $k = 3, 4, 5$

- แทนค่าสูตรสูตร $C_k^n p^k q^{n-k}$

- $$= \frac{5!}{3!(5-3)!} (0.8)^3 (0.2)^{5-3} + \frac{5!}{4!(5-4)!} (0.8)^4 (0.2)^{5-4} + \frac{5!}{5!(5-5)!} (0.8)^5 (0.2)^{5-5}$$

- $$= \frac{5!}{3!(2)!} (0.8)^3 (0.2)^2 + 0.4096 + 0.3277$$

- $$= \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{3 \times 2 \times 1 (2)!} (0.8)^3 (0.2)^2 + 0.4096 + 0.3277$$

$$= 0.2048 + 0.4096 + 0.3277 = \underline{\underline{0.9421 \text{ ตอบ}}}$$

- ถ้า $1 - .9421 = 0.0579$
- เปิดตาราง ค่า 0.0579 คือ $n=5$, $k=2$, $P=0.8$
- เปิดตารางได้ค่า
- $1 - 0.0579 = \underline{0.9421}$ ตอบ

2. ข้อมูลด้านคุณภาพที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไฮเพอร์จีโอเมตริก

- สามารถคำนวณได้จากสูตร ต่อไปนี้

- $$P(x=k) = \frac{C_k^M C_{n-k}^{N-M}}{C_n^N}$$

- สำหรับสัญลักษณ์ที่ใช้สำหรับการแจกแจงแบบไฮเพอร์จีโอเมตริก คือ $h(x, N, n, k)$

จากตัวอย่างที่ 4.11

- ในถังซึ่งบรรจุนมกล่องขนาด 24 กล่องหนึ่งถัง ถ้าทำการสุ่มหยิบขึ้นมาตรวจสอบคุณภาพ 5 กล่อง จงหาความน่าจะเป็นที่จะพบว่าเป็นนมที่มีคุณภาพดีทั้ง 5 กล่อง หากความเป็นจริงแล้ว ในถังนี้มีนมหมดอายุปนอยู่จำนวน 2 กล่อง
- จากโจทย์ ที่กำหนดมาให้ สามารถกำหนดค่าพารามิเตอร์ได้ดังนี้
- $N = 24$, $n=5$, M (แทนจำนวนกล่องนมที่มีคุณภาพดี คือ) $24-2 = 22$
- กำหนดให้ X แทนจำนวนกล่องนมคุณภาพดีที่ตรวจพบ
- โจทย์ต้องการให้หาความน่าจะเป็นที่จะได้ผลการตรวจเป็นนมที่มีคุณภาพดีทั้ง 5 กล่อง หรือให้หาค่า
- $P(X=5)$ นั้นเอง

- ดังนั้นคำนวณหาค่าจากสูตรได้ดังนี้

- $$P(x=k) = \frac{C_k^M C_{n-k}^{N-M}}{C_n^N}$$

- $$P(x=5) = \frac{C_5^{22} C_{5-5}^{24-22}}{C_5^{24}}$$

- $$P(x=5) = \frac{C_5^{22} C_0^2}{C_5^{24}} = \frac{\frac{22!}{5!(22-5)!} * \frac{2!}{0!(5-0)!}}{24! / 5!(24-5)!}$$

- $$= \frac{\frac{22*21*20*19*18*17!}{5*4*3*2*1!(17!)} * 1}{\frac{24*23*22*21*20*19!}{5*4*3*2*1!(19!)}} = \frac{3160080/120}{5100480/120} = \frac{26,334}{42,504} = 0.619 \text{ ตอบ}$$

- $C_5^{22} = \frac{22!}{5!(22-5)!} = \frac{22*21*20*19*18*17!}{5*4*3*2*1 * 17!} = 26,334$

- $= \frac{2!}{0!(2-0)!} = \frac{2*1}{1*1} = 2$ หรือ 1

- $= \frac{24!}{5!(24-5)!} = \frac{24*23*22*21*20*19!}{5*4*3*2*1*19!} = 42,504$

- $= \frac{26334}{42504} = 0.6196$

โจทย์ ตัวอย่างที่ 2

- ในถังซึ่งบรรจุนมกล่องขนาด 26 กล่องหนึ่งถัง ถ้าทำการสุ่มหยิบขึ้นมาตรวจสอบคุณภาพ 6 กล่อง จงหาความน่าจะเป็นที่จะพบว่าเป็นนมที่มีคุณภาพดีทั้ง 6 กล่อง หากความเป็นจริงแล้ว ในถังนี้มีนมหมดอายุปนอยู่จำนวน 3 กล่อง
- จากโจทย์ ที่กำหนดมาให้ สามารถกำหนดค่าพารามิเตอร์ได้ดังนี้
- $N = 26$, $n = 6$, M (แทนจำนวนกล่องนมที่มีคุณภาพดี คือ) $26 - 3 = 23$
- กำหนดให้ X แทนจำนวนกล่องนมคุณภาพดีที่ตรวจพบ
- โจทย์ต้องการให้หาความน่าจะเป็นที่จะได้ผลการตรวจเป็นนมที่มีคุณภาพดีทั้ง 6 กล่อง หรือให้หาค่า
- $P(X = 6)$ นั่นเอง

**จงคำนวณหาค่าข้อมูลด้านคุณภาพที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไฮเพอร์จีโอเมตริก

- จากสูตร $P(x=k) = \frac{C_k^M C_{n-k}^{N-M}}{C_n^N}$

- แทนค่า $P(x=6) = \frac{C_6^{23} C_{6-6}^{26-23}}{C_6^{26}} = \frac{\frac{N!}{k!(N-k)!} * \frac{N!}{k!(n-k)!}}{\frac{N!}{k!(N-k)!}}$

- $P(x=6) = \frac{C_6^{23} C_0^3}{C_6^{26}} = \frac{\frac{23!}{6!(23-6)!} * \frac{0!(26-0)!}{3!}}{\frac{26!}{6!(26-6)!}}$

- $P(x=k) = \frac{C_k^M C_{n-k}^{N-M}}{C_n^N} =$

- $\frac{\frac{23*22*21*20*19*18*17!}{6*5*4*3*2*1!(17)!} * 1}{\frac{26*25*24*23*22*21*20!!}{6!20!}} = \frac{72,681,840/720}{165,765,600/720}$

$100947/230230 = 0.438$

3. ข้อมูลด้านคุณภาพที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบแบบปัวส์ซอง

- ค่าเฉลี่ย คือ μ
- โดยมีสัญลักษณ์ คือ $P(k; \mu)$
- เมื่อ e คือ ค่าคงที่ทางคณิตศาสตร์ มีค่าประมาณ 2.71828
- คำนวณจากสูตร คือ $P(X=K) = \frac{\mu^k e^{-\mu}}{k!}$

จากตัวอย่าง 4.12

ในการนับแบบคที่เรียโดยใช้กล่องจุลทรรศน์พบว่า จำนวนเฉลี่ยของแบบคที่เรียที่ปรากฏบนหน้ากล้องเท่ากับ 15 ตัว จงหาความน่าจะเป็นที่จะพบแบบคที่เรีย 20 ตัวบนหน้ากล้อง

จากโจทย์กำหนดให้ $u = 15$, $P(X=20)$ หรือ $P(20;15)$ นั่นเอง

แทนค่าสูตร $P(X=K) = \frac{u^k e^{-u}}{k!}$

$$P(20;15) = \frac{(2.71828)^{-15} 15^{20}}{20!}$$

$$= 2.718^* \dots \dots \dots * .15 \text{ ครั้ง} = 317224.941 = 15$$

$$* 15 * \text{ ครั้ง} = 3$$

$$= 20 * 19 * 18 * 17 * 16 * 15 * 14 * 13 * 12 * 11 * 10 * 9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = \dots$$

โจทย์ ตัวอย่างที่ 3 จงคำนวณหาค่าข้อมูลด้านคุณภาพที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบแบบปัวส์ซอง

- ในการนับแบคทีเรียโดยใช้กล้องจุลทรรศน์พบว่า จำนวนเฉลี่ยของแบคทีเรียที่ปรากฏบนหน้ากล้องเท่ากับ 15 ตัว จงหาความน่าจะเป็นที่จะพบแบคทีเรีย 20 ตัวบนหน้ากล้อง
- จากโจทย์กำหนดให้ $u = 18$, $P(X=24)$ หรือ $P(24;18)$ นั่นเอง

- คำนวณจากสูตร $P(x=k) = \frac{u^k e^{-u}}{k!}$

- แทนค่าสูตร $P(x=k) = \frac{18^{24} e^{-18}}{24!}$

แบบทบทวน

- 1. ให้หาค่าจากตารางแจกแจงความถี่ (ค่า x , fx , x^2 , fx^2)
- 2. อธิบายเครื่องมือควบคุมคุณภาพและบอกประโยชน์
- 3. ให้หาค่าและสร้างกราฟฮิสโตแกรม (ดูตัวอย่างแบบฝึกหัดบทที่ 3)
 - 3.1 หาค่า สร้างฮิสโตแกรม
 - 3.2 หาค่า ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน